

B. A. B.Sc. (Part-III) Examination, 2023

(Common for the Faculties of Arts and Science)

(Three Year Scheme of 10+2+3)

MATHEMATICS

Paper-III

MECHANICS

Time Allowed : 3 Hours

Maximum Marks : 40 for Science

54 for Arts

Note : (1) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answers precisely in the main answer-book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिये कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर सही ढंग से लिखें।

(2) All the parts of one question should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.

किसी भी एक प्रश्न के अंतर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।

Part-I is compulsory.

भाग-I करना अनिवार्य है।

Attempt four questions in Part-II, selecting at least one question from each Section.

प्रत्येक खण्ड से कम से कम एक प्रश्न का चयन करते हुये, भाग-II से कुल चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये।



PART-I

भाग-I

1. (a) Define angular acceleration. 2/3
 कोणीय त्वरण को परिभाषित कीजिए।
- (b) Write the definition of Hooke's law. 2/3
 हुक्स नियम की परिभाषा लिखिए।
- (c) Write the formula for greatest height in projectile motion. 2/3
 प्रक्षेप्य गति में अधिकतम ऊँचाई का सूत्र लिखिए।
- (d) Define moment. 2/3
 आघूर्ण को परिभाषित कीजिए।

PART-II

भाग-II

2. (a) Establish formula for radial acceleration. 4/5
 अरीय त्वरण का सूत्र स्थापित कीजिए।
- (b) A particle moves in the curve $y = a \log \sec (x/a)$ in such a way that the tangent to the curve rotates uniformly. Prove that the resultant acceleration of the particle varies as the square of the radius of curvature. 4/5½
 एक कण वक्र $y = a \log \sec (x/a)$ में इस प्रकार चलता है कि वक्र की स्पर्शरेखा एकसमान रूप से घुमती है। साबित करो कि कण का परिणामी त्वरण इसकी वक्रता त्रिज्या के वर्ग के समानुपाती होता है।
3. (a) Explain Simple Harmonic Motion of a particle with its derivation. 4/5
 कण की सरल आवृत्त गति के लिए इसकी व्युत्पत्ति (सूत्र) के साथ व्याख्या कीजिए।
- (b) Two light elastic strings are fastened to a particle of mass m and their other ends to fixed points so that string is taut. The modulus of each is λ , the tension T and length 'a' and 'b'; show that the period of an oscillation along the line of the string is $2\pi[mab/\{(T+\lambda)(a+b)\}]^{1/2}$ 4/5½
 दो हल्की प्रत्यास्थ डोरियाँ m द्रव्यमान के एक कण से बंधी हैं और उनके दूसरे सिरे निश्चित बिन्दुओं से इस प्रकार बन्धे हैं कि डोरी तनी रहे। यदि प्रत्येक का प्रत्यास्थता गुणांक λ , तनाव T तथा लम्बाई 'a' एवं 'b' हो तो सिद्ध कीजिए कि डोरी के अनुदिश एक दोलन का समय होगा
 $2\pi[mab/\{(T+\lambda)(a+b)\}]^{1/2}$

4. (a) Discuss motion of a particle which is moving vertically, downwards from the rest under gravitation through a medium whose resistance varying as the square of the velocity.

4/5

एक कण की गति का विवेचन कीजिए जो विग्रावावायु में गुरुत्वाकर्षण के अधीन एक ठोसे माध्यम से होकर गिरता है जिसका प्रतिरोध उसके वेग के वर्ग के समानुपाती है।

- (b) If a particle is ascending vertically in a medium in which the resistance is Kv^2 per unit mass. Show that its distance at any instance below the highest point of its path is : $\frac{1}{K} \log [\sec t' \sqrt{gK}]$, where t' denotes the time it will take to reach its highest point.

4/5½

Kv^2 प्रति इकाई संहति वाले प्रतिरोधी माध्यम में एक कण सीधे ऊपर गतिमान है। सिद्ध कीजिए कि कण की उस बिन्दु से उच्चतम बिन्दु तक की ऊँचाई किसी भी समय होगी : $\frac{1}{K} \log [\sec t' \sqrt{gK}]$ जहाँ t' कण के किसी बिन्दु से उच्चतम बिन्दु तक पहुँचने का समय है।

5. (a) If R is the horizontal range of a projectile and H its greatest height, prove that its initial velocity is :

4/5

यदि किसी प्रक्षेप्य की क्षैतिज परास R हों एवं H अधिकतम ऊँचाई हो, तो सिद्ध कीजिए कि उसका प्रारम्भिक वेग है :

$$\left[2g \left(H + \frac{R^2}{16H} \right) \right]^{1/2}$$

- (b) A particle is projected so as to have a range R on the horizontal plane through the point of projection. If α and β are the possible angles of projection and t_1 and t_2 the corresponding times of flights, show that

4/5½

एक कण इस प्रकार फेंका जाता है कि प्रक्षेप बिन्दु से गुजरने वाले क्षैतिज समतल पर परास R है। यदि α तथा β सम्भव प्रक्षेप कोण हों तथा t_1 व t_2 संगत उड़ान काल हो, तो सिद्ध करो कि

$$\frac{t_1^2 - t_2^2}{t_1^2 + t_2^2} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

6. (a) A particle describes the following curves under a force P to the pole : Find the law of force $\left(\frac{a}{r} \right) = e^{n\theta}$, $n\theta$, $\cos h n\theta$ or $\sin h n\theta$.

4/5

ध्रुव बिन्दु की ओर बल P के अधीन एक कण $\left(\frac{a}{r} \right) = e^{n\theta}$, $n\theta$, $\cos h n\theta$ या $\sin h n\theta$ निर्मित

करता है तो बल का नियम ज्ञात कीजिए।

(b) Write note on Kepler's laws for planetary motion.
ग्रहों की गति के लिए केप्लर के नियमों पर टिप्पणी लिखिए।

4/5

7. (a) Find the Moment of Inertia (M.I.) of a circular ring (or hoop) of radius a and mass M about its diameter. 4/5

a त्रिज्या तथा M संहति की एकसमान वृत्तीय चलय (छल्ली) का उसके त्रिज्या के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

(b) Find the moment of inertia of a hollow sphere about a diameter, its external and internal radii being a and b 4/5½

किसी खोखले गोले का उसके व्यास के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करिये, जहाँ a तथा b उसकी बाह्य तथा अन्तः त्रिज्याएँ हैं।

8. (a) Prove that the least force required to pull a body of weight 'W' on a rough horizontal plane is $W \sin \lambda$, where λ is the angle of friction. 4/5

सिद्ध कीजिए कि 'W' भार के एक पिण्ड को रुक्ष क्षैतिज समतल पर खींचने के लिए आवश्यक न्यूनतम बल $W \sin \lambda$ है, जहाँ λ घर्षण कोण है। <https://www.pdusuonline.com>

(b) A perfectly rough plane is inclined at an angle α to the horizon. Show that the least eccentricity of the ellipse which can rest on the plane is :

$$\frac{\sqrt{2 \sin \alpha / (1 + \sin \alpha)}}{1}$$

4/5½

एक पूर्ण रुक्ष तल क्षैतिज से कोण α पर झुका हुआ है। प्रदर्शित कीजिए कि तल पर विरामावस्था में रह सकने वाले दीर्घवृत्त की न्यूनतम उत्केन्द्रता होगी

$$\frac{\sqrt{2 \sin \alpha / (1 + \sin \alpha)}}{1}$$

0650249

9. (a) Discuss about geometrical properties of the common catenary. 4/5

साधारण कैटिनरी के ज्यामितिय गुणधर्मों पर विवेचना कीजिए।

(b) Show that the length of an endless chain which will hang over a circular pulley of radius a so as to be in contact with two thirds of the circumference of the pulley is : 4/5½

प्रदर्शित कीजिए कि एक अन्तहीन जंजीर जो त्रिज्या a की एक वृत्ताकार घिरनी के 2/3 परिधि से सम्पर्क में है, तो उसकी लम्बाई होगी :

$$a \left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2 + \sqrt{3})} \right]$$