

B.A./B.Sc. (Part-II) Examination, 2023
(Common for the Faculties of Arts and Science)
 (Three-Year Scheme)
 (10+2+3)

MATHEMATICS

Paper-III

(Numerical Analysis and Vector Calculus)

Time Allowed : 3 Hours

Maximum Marks : 40 for Science

54 for Arts

Notes : (1) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answers precisely in the main answer-book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी । अतः परीक्षार्थियों को चाहिये कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर सही ढंग से लिखें ।

(2) All the parts of one question should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.

किसी भी एक प्रश्न के अंतर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें ।

(3) Attempt five questions in all, selecting one question from each unit. प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।



Unit - I
इकाई - I

1. (a) Prove that : $\sum_{k=0}^{n-1} \Delta^2 f_k = \Delta f_n - \Delta f_0$ 4/5½

सिद्ध कीजिए : $\sum_{k=0}^{n-1} \Delta^2 f_k = \Delta f_n - \Delta f_0$

- (b) Find the function whose first difference is $9x^2 + 11x + 5$ 4/5½
वह फलन ज्ञात कीजिए जिसका प्रथम अन्तर है : $9x^2 + 11x + 5$

2. (a) A second degree polynomial passes through (0, 1), (1, 3), (2, 7) and (3, 13). Find the polynomial. 4/5½

एक द्विघात बहुपद (0, 1), (1, 3), (2, 7) तथा (3, 13) से गुजरता है। बहुपद ज्ञात कीजिए।

- (b) Using newton's divided difference formula, find $f(8)$ from the following table : 4/5½

x	4	5	7	10	11	13
f(x)	48	100	294	900	1210	2028

निम्न सारणी से न्यूटन विभाजित अन्तर सूत्र द्वारा $f(8)$ का मान ज्ञात कीजिए :

x	4	5	7	10	11	13
f(x)	48	100	294	900	1210	2028

Unit - II

इकाई - II ✓

3. (a) Prove that : $\sqrt{(1 + \delta^2 \mu^2)} = 1 + \frac{1}{2} \delta^2$ 2 4/5½

सिद्ध कीजिए : $\sqrt{(1 + \delta^2 \mu^2)} = 1 + \frac{1}{2} \delta^2$

- (b) Use Stirling's formula to find y_{28} .

Given : $y_{20} = 49225, y_{25} = 48316, y_{30} = 47236, y_{35} = 45926, y_{40} = 44306$. 4/5½

स्टर्लिंग के सूत्र द्वारा y_{28} ज्ञात कीजिए।

दिया है : $y_{20} = 49225, y_{25} = 48316, y_{30} = 47236, y_{35} = 45926, y_{40} = 44306$

4. (a) Find $f'(5)$ from the following table : 4/5½

x	0	2	3	4	7	9
f(x)	4	26	58	112	466	922

निम्न सारणी से $f'(5)$ ज्ञात कीजिए :

x	0	2	3	4	7	9
f(x)	4	26	58	112	466	922

- (b) Evaluate $\int_5^{12} \frac{dx}{x}$ by using Gauss three point quadrature formula. 4/5½

गॉस त्रिबिन्दु क्षेत्रकलन सूत्र द्वारा $\int_5^{12} \frac{dx}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Unit - III

इकाई - III

5. (a) Find the equation with rational coefficients, one of whose root is $\sqrt{3} + \sqrt{-2}$. 4/5½
परिमेय गुणांकों वाला वह समीकरण ज्ञात करो जिसका एक मूल $\sqrt{3} + \sqrt{-2}$ हो।

- (b) Solve the equation $x^3 - 12x - 65 = 0$ by Cardon's method. 4/5½
समीकरण $x^3 - 12x - 65 = 0$ को कार्डन विधि से हल कीजिए।

6. (a) Using method of iteration, find a real root of the equation $x^3 + x^2 - 1 = 0$. 4/5½
पुनरावृत्ति विधि द्वारा समीकरण $x^3 + x^2 - 1 = 0$ का एक वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the root of the equation $x^3 - 9x + 1 = 0$ between $x = 2$ and $x = 4$ by the method of bisection. 4/5½
द्विभाजन विधि से $x = 2$ तथा $x = 4$ के मध्य समीकरण $x^3 - 9x + 1 = 0$ का मूल ज्ञात कीजिए।

Unit - IV

इकाई - IV

7. (a) Solve by Gauss's elimination method :

$$x - y + 2z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 5$$

$$3x - 4y - 5z = -13$$

गॉस विलोपन विधि से हल कीजिए :

$$x - y + 2z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 5$$

$$3x - 4y - 5z = -13$$

4/5½

- (b) Solve by Gauss-Seidel iterative method (up to three iterations) :

$$5x + y - z = 12$$

$$x + 6y + 2z = 6$$

$$3x - 2y + 8z = -4$$

गॉस-सीडल पुनरावृत्ति विधि से हल कीजिए (तीन पुनरावृत्ति तक) :

$$5x + y - z = 12$$

$$x + 6y + 2z = 6$$

$$3x - 2y + 8z = -4$$

4/5½

8. (a) Use Picard's method to find approximate value of y , when $x = 0.1$, given that $y = 1$, when $x = 0$ and $\frac{dy}{dx} = x - y$. 4/5½

पिकार्ड विधि का प्रयोग कर $x = 0.1$ पर y का सन्निकट मान प्राप्त कीजिए, दिया हुआ है : $\frac{dy}{dx} = x - y$, $y = 1$, जब $x = 0$.

- (b) Using Euler's method with step-size 0.1, find the value of $y(0.4)$ from the following differential equation : 4/5½

$$\frac{dy}{dx} = xy, y(0) = 1$$

पद लम्बाई 0.1 लेते हुए ऑयलर विधि का प्रयोग कर निम्नलिखित अवकल समीकरण से $y(0.4)$ का मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = xy, y(0) = 1$$

Unit - V

इकाई - V

9. (a) Find the directional derivative of $\phi = x^3 + y^3 + z^3$ in the direction of the vector $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ at the point $(1, -1, 2)$. <https://www.pdusuonline.com> 4/5

बिन्दु $(1, -1, 2)$ पर $\phi = x^3 + y^3 + z^3$ का सदिश $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ की दिशा में दिक्-अवकलज ज्ञात कीजिए।

- (b) Prove that : $\text{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot \text{Curl} \vec{a} - \vec{a} \cdot \text{Curl} \vec{b}$ 4/5

सिद्ध कीजिए : $\text{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot \text{Curl} \vec{a} - \vec{a} \cdot \text{Curl} \vec{b}$

10. (a) If $\phi = 45x^2y$ and V denote the closed volume bounded by the planes

$$4x + 2y + z = 8, x = 0, y = 0, z = 0 \text{ then evaluate } \int_V \phi dV. \quad 4/5$$

यदि $\phi = 45x^2y$ तथा V , $4x + 2y + z = 8, x = 0, y = 0, z = 0$ से घिरे हुए बन्द आयतन को

प्रकट करता हो, तो $\int_V \phi dV$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (b) Evaluate and verify Green's theorem in the plane for $\int_C (xy + y^2) dx + x^2 dy$

Where C is the closed curve of the region bounded by $y = x$ and $y = x^2$. 4/5

समाकलन $\int_C (xy + y^2) dx + x^2 dy$ जहाँ C रेखा $y = x$ तथा परवलय $y = x^2$ द्वारा परिबद्ध किया

एक बन्द क्षेत्र है, का मान ज्ञात करके ग्रीन के प्रमेय को तल के लिए सत्यापित कीजिए।