

B.A./B.Sc. (Part-II) Examination, 2024**(Three Year Scheme of 10+2+3)****(Common for the Faculties of Arts and Science)****MATHEMATICS****Paper - II****(Differential Equations)***Time Allowed : Three Hours**Maximum Marks : 40 for Science and 53 for Arts*

Note : (i) Attempt five questions in all, selecting one question from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई में से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्न हल करने हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

(ii) No Supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidate should write the answer precisely in the main answer-book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिये कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।

(iii) All the parts of one question should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.

एक प्रश्न के सभी भागों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में एक ही स्थान पर लिखें। एक सम्पूर्ण प्रश्न का उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।

Unit-I / इकाई-I

[4/5]

1. (a) Solve:

$$3e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$$

हल कीजिए :

$$3e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$$

[4/5]

(b) Solve:

$$\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left\{1 - \left(\frac{x}{y}\right)\right\} dy = 0$$

हल कीजिए :

$$\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left\{1 - \left(\frac{x}{y}\right)\right\} dy = 0$$

[4/5]

2. (a) Solve:

$$(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$$

हल कीजिए :

$$(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$$

(b) Solve:

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{(1+x)} \tan y = (1+x) e^x \sec y$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{(1+x)} \tan y = (1+x) e^x \sec y$$

[4/5]

Unit-II / इकाई-II

3. (a) Solve:

$$y = 2px + y^2 p^3$$

हल कीजिए :

$$y = 2px + y^2 p^3$$

[4/5]

(b) Solve:

[4/5]

$$(D^2 + 2D + 1)y = e^x + x^2 - \sin x$$

हल कीजिए :

$$(D^2 + 2D + 1)y = e^x + x^2 - \sin x$$

4. (a) Find the general solution and singular solution of the following differential equation :

[4/5]

$$xp^2 - 2yp + 4x = 0$$

निम्न अवकल समीकरण का व्यापक हल और विचित्र हल ज्ञात कीजिए :

$$xp^2 - 2yp + 4x = 0$$

(b) Solve:

[4/5]

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x \sin x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x \sin x$$

Unit-III / इकाई-III

5. (a) Solve:

[4/5]

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1-x)^2}$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1-x)^2}$$

(b) Solve:

$$\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$$

6. (a) Solve:

[4/5]

$$\frac{dx}{y^2 + yz + x^2} = \frac{dy}{y^2 - xz + x^2} = \frac{dz}{z(x+y)}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{y^2 + yz + x^2} = \frac{dy}{y^2 - xz + x^2} = \frac{dz}{z(x+y)}$$

(b) Solve:

[4/6]

$$(x^3 - 4x) \frac{d^3y}{dx^3} + (9x^2 - 12) \frac{d^2y}{dx^2} + 18x \frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

हल कीजिए :

$$(x^3 - 4x) \frac{d^3y}{dx^3} + (9x^2 - 12) \frac{d^2y}{dx^2} + 18x \frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

Unit-IV / इकाई-IV

7. (a) Solve:

[4/6]

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x)y = e^x \sin x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x)y = e^x \sin x$$

(b) Solve:

[4/5]

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = -3e^{x^2} \sin 2x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = -3e^{x^2} \sin 2x$$

8. (a) Solve:

[4/5]

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 4x^3y = 4x^3 \sin x^2$$

हल कीजिए :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 4x^3y = 4x^3 \sin x^2$$

(b) Solve by method of variation of parameters :

[4/6]

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

Unit-V / इकाई-V

9. (a) Solve:

[4/5]

$$(y+z)p + (z+x)q = x+y$$

$$\text{Where } p = \frac{\partial z}{\partial x} \text{ and } q = \frac{\partial z}{\partial y}$$

हल कीजिए :

$$(y+z)p + (z+x)q = x+y$$

$$\text{जहाँ } p = \frac{\partial z}{\partial x} \text{ तथा } q = \frac{\partial z}{\partial y}$$

(b) Find the complete integral of the following equation :

[4/6]

$$(x^2 + y^2)(p^2 + q^2) = 1$$

निम्न समीकरण का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए :

$$(x^2 + y^2)(p^2 + q^2) = 1$$

10. (a) Solve the following equation by Charpit's method :

[4/6]

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

निम्न समीकरण को चार्पिट की विधि से हल कीजिए :

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

(b) Solve :

[4/5]

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 3\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x + y$$

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 3\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x + y$$

----- x -----