

B.A./B.Sc. (Part-I) Examination, 2023
 (Three-Year Scheme of 10+2+3)
 (Common for the Faculties of Arts and Science)

MATHEMATICS

Paper-II

(Calculus)

Time Allowed : 3 Hours

Maximum Marks : 40 for Science

53 for Arts

- Note :** (1) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answers precisely in the main answer-book only.
 किसी भी परीक्षार्थी को पूरा उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिये कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के सटीक उत्तर लिखें।
- (2) All the parts of one question should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.
 किसी भी एक प्रश्न के अंतर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।
- (3) (A) The Question paper has two parts : The first part has 4 questions. (Arts/Science = 03/02 marks) word limit will be 20 words.
 (B) The second part has 7 questions out of which 4 questions are to be attempted. In Science faculty, each question carries 8 marks. In Arts faculty, 3 questions carry 10 marks and one question will carry 11 marks. (In the III question paper, 2 questions carry 10 marks and 2 questions carry 11 marks.)
 (अ) प्रश्न पत्र के 2 भाग होंगे। प्रथम भाग अनिवार्य होगा। प्रथम भाग में कुल 4 प्रश्न दिये जायेंगे। विज्ञान संकाय में प्रत्येक प्रश्न 2 अंक (कुल 8) का तथा कला संकाय में प्रत्येक प्रश्न 3 अंक (कुल 12) का होगा। अधिकतम शब्द सीमा 20 होगी।
 (ब) द्वितीय भाग में प्रत्येक खण्ड से कम से कम 1 प्रश्न तथा अधिकतम 2 प्रश्न लेते हुये कुल 7 प्रश्न दिये जायेंगे। परीक्षार्थी को कुल 4 प्रश्न करने होंगे। विज्ञान संकाय में प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का तथा कला संकाय में 3 प्रश्न 10 अंक के तथा 1 प्रश्न 11 अंक का होगा। (प्रश्न पत्र III में 2 प्रश्न 10 अंक के तथा 2 प्रश्न 11 अंक के होंगे)



Part – I/ भाग – I

1. (i) Write the formula for radius of curvature for polar equations.
ध्रुवी समीकरणों के लिए वक्रता-त्रिज्या का सूत्र लिखिए ।
- (ii) Define Envelope.
अन्वालोप की परिभाषा दीजिए ।
- (iii) Prove that $\beta(m_1, n) = \beta(n_1, m)$
सिद्ध कीजिए कि $\beta(m_1, n) = \beta(n_1, m)$
- (iv) Find the area of a loop of the curve $r = a \sin 3\theta$.
वक्र $r = a \sin 3\theta$ के एक लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Part – II / भाग – II

2. (a) Find the pedal equation of the parabola $y^2 = 4a(x + a)$.
परवलय $y^2 = 4a(x + a)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए ।
- (b) Find the envelope of the Straight lines :
 $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$, where α is a parameter.
सरल रेखा $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जहाँ α प्राचल है ।
3. (a) Show that the radius of curvature at a point $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ on the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is $\frac{3a}{2} \sin 2\theta$.
सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ के बिन्दु $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ पर वक्रता त्रिज्या $\frac{3a}{2} \sin 2\theta$ होती है ।
- (b) For the curve $y = a \log \{\sec(x/a)\}$, prove that the chord of curvature parallel to y-axis is of constant length.
वक्र $y = a \log \{\sec(x/a)\}$ में सिद्ध कीजिए कि y-अक्ष के समान्तर वक्रता जीवा की लम्बाई अचर राशि होती है ।

4. (a) If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ then prove that

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z}$$

यदि $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z}$$

- (b) If $V = f(x-y, y-z, z-x)$ then prove that

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

यदि $V = f(x-y, y-z, z-x)$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

5. (a) Find the points where the value of $u = x^3 + y^3 - 3axy$ is maximum or minimum.

उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए, जहाँ $u = x^3 + y^3 - 3axy$ का मान उच्चतम तथा न्यूनतम है।

- (b) Trace the folium of Descartes : $x^3 + y^3 = 3axy$

देकार्त के फोलियम का अनुरेखण कीजिए : $x^3 + y^3 = 3axy$

6. (a) Prove that $\int_0^{\pi/2} \tan^n x dx = \frac{\pi}{2} \sec \frac{n\pi}{2}$

सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \tan^n x dx = \frac{\pi}{2} \sec \frac{n\pi}{2}$

- (b) Evaluate the following integral by changing its order :

निम्न समाकलन का क्रम बदलकर मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dx dy$$

7. (a) Evaluate $\int_0^{\log 2} \int_0^x \int_0^{x+\log y} e^{x+y+z} dx dy dz$

मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\log 2} \int_0^x \int_0^{x+\log y} e^{x+y+z} dx dy dz$

(b) Evaluate $\iiint xyz dx dy dz$, where the region of integration is the volume of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$ in the positive octant.

मान ज्ञात कीजिए $\iiint xyz dx dy dz$, जहाँ समाकलन का क्षेत्र धनात्मक अष्टांशक में दीर्घवृत्तज का आयतन $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$ है।

8. (a) Find the area common to the circles $r = a\sqrt{2}$ and $r = 2a \cos \theta$. 4/5½

वृत्तों $r = a\sqrt{2}$ एवं $r = 2a \cos \theta$ के उभयनिष्ठ क्षेत्रफल को ज्ञात कीजिए।

(b) Show that the volume of the solid generated by the revolution of the following tractrix about its asymptotes is $\frac{2}{3} \pi a^3$

$$x = a \left(\cos t + \frac{1}{2} \log \tan^2 t / 2 \right), y = a \sin t$$

4/5½

प्रदर्शित कीजिए कि निम्न टेक्ट्रिक्स का अपने अनन्तस्पर्शी के परितः परिक्रमण से जनित ठोस आकृति का आयतन $\frac{2}{3} \pi a^3$ है

$$x = a \left(\cos t + \frac{1}{2} \log \tan^2 t / 2 \right), y = a \sin t$$

<https://www.pdsuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से